

Pronalaženje ekstrema funkcija dvije promjenjive uz pomoć MatLab-a

Zadatak broj 1

Naći ekstreme funkcije $z = (x^2 + y)\sqrt{e^y}$.

Rj.

```
>> syms x y
>> f=(x^2+y)*sqrt(exp(y))
```

f =

```
(x^2+y)*exp(y)^(1/2)
```

```
>> pretty(f)
```

$$(x^2 + y) \exp(y)^{1/2}$$

```
>>
```

Nađimo prve parcijalne izvode.

```
>> fx=diff(f,x);
>> fx=simple(fx);
>> pretty(fx)
```

$$2 x \exp(y)^{1/2}$$

```
>> fy=diff(f,y);
>> fy=simple(fy);
>> pretty(fy)
```

$$\frac{1}{2} \exp(y) (2 + x^2 + y)$$

```
>>
```

Riješimo sistem jednačina.

```
>> [a,b]=solve(fx,fy);
>> double([a,b])
```

ans =

```
0 -2
```

Stacionarna tačka je M(0,-2). Nađimo druge parcijalne izvode.

```
>> fxx=diff(fx,x);
>> fxx=simple(fxx);
>> pretty(fxx)
```

$$2 \exp(y)^{1/2}$$

```
>> fxy=diff(fx,y);
>> fxy=simple(fxy);
>> pretty(fxy)
```

$$x \exp(y)^{1/2}$$

```
>> fyy=diff(fy,y);
>> fyy=simple(fyy);
>> pretty(fyy)
```

$$\frac{1}{4} \exp(y)^{1/2} (4 + x^2 + y)$$

```
>>
```

Definišimo D i izračunajmo vrijednost u tački M(0,-2).

```
>> D=fxx*fyy-(fxy)^2;
>> subs(D,[x,y],[0,-2])
```

```
ans =
```

```
0.1353
```

Kako je $D > 0$ funkcija u tački M ima ekstrem. Pronađimo vrijednost od A.

```
>> subs(fxx,[x,y],[0,-2])
```

```
ans =
```

```
2*exp(-2)^(1/2)
```

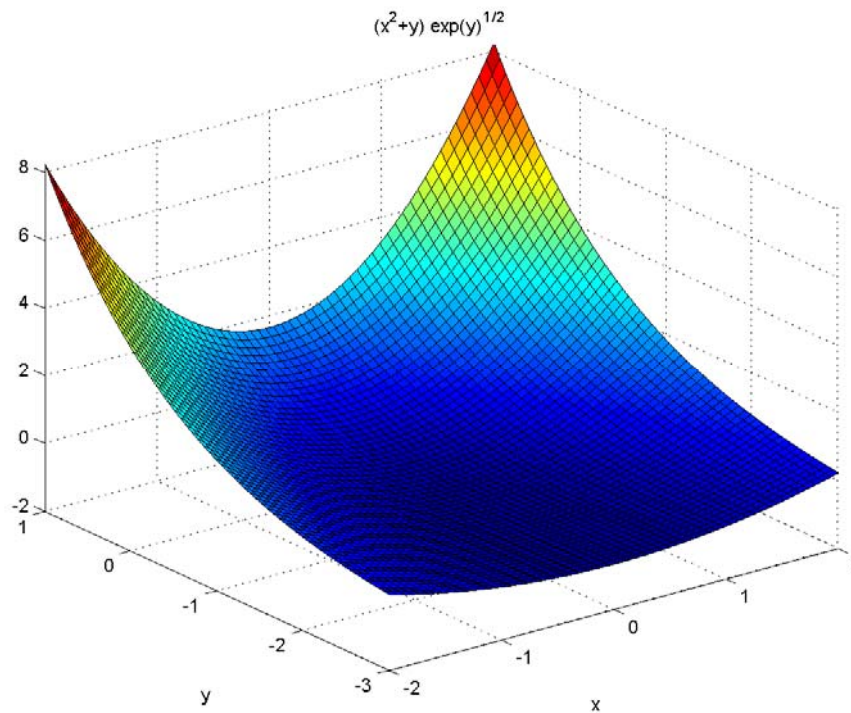
Vidimo da je $A > 0$.

```
>> subs(f,[x,y],[0,-2])
```

```
ans =
```

```
-0.7358
```

Prema tome funkcija z ima minimum u tački (0,-2). $z_{\min}(0,-2) = -0,7358$. Nacrtajmo sliku:



Zadatak broj 2

Naći ekstreme funkcije $z = x^2 - 2x - y - \ln(2 - y) + 4$.

Rj.

```
>> syms x y
>> f=x^2-2*x-y-log(2-y)+4
```

f =

$x^2 - 2x - y - \log(2 - y) + 4$

```
>> pretty(f)
```

$$x^2 - 2x - y - \log(2 - y) + 4$$

Nađimo prve parcijalne izvode.

```
>> fx=diff(f,x);
>> pretty(fx)
```

$$2x - 2$$

```
>> fy=diff(f,y);
>> pretty(fy)
```

$$-1 + \frac{1}{2 - y}$$

```
>>
```

Riješimo sistem jednačina.

```
>> [a,b]=solve(fx,fy);  
>> double([a,b])
```

ans =

1 1

Oдавde moženo vidjeti da je stacionarna tačka M(1,1). Nađimo druge parcijalne izvode.

```
>>  
>> fxx=diff(fx,x);  
>> fxx=simple(fxx);  
>> pretty(fxx)
```

2

```
>>  
>> fxy=diff(fx,y);  
>> fxy=simple(fxy);  
>> pretty(fxy)
```

0

```
>>  
>> fyy=diff(fy,y);  
>> fyy=simple(fyy);  
>> pretty(fyy)
```

1

 2
(2 - y)

```
>>
```

Definišimo D i izračunajmo vrijednost u tački M(1,1).

```
>> D=fxx*fyy-(fxy)^2;  
>> subs(D,[x,y],[1,1])
```

ans =

2

```
>>
```

Kako je $D > 0$ funkcija u tački M ima ekstrem. Pronađimo vrijednost od A.

```
>> subs(fxx,[x,y],[1,1])
```

ans =

2

```
>>
```

```
>> subs(f,[x,y],[1,1])
```

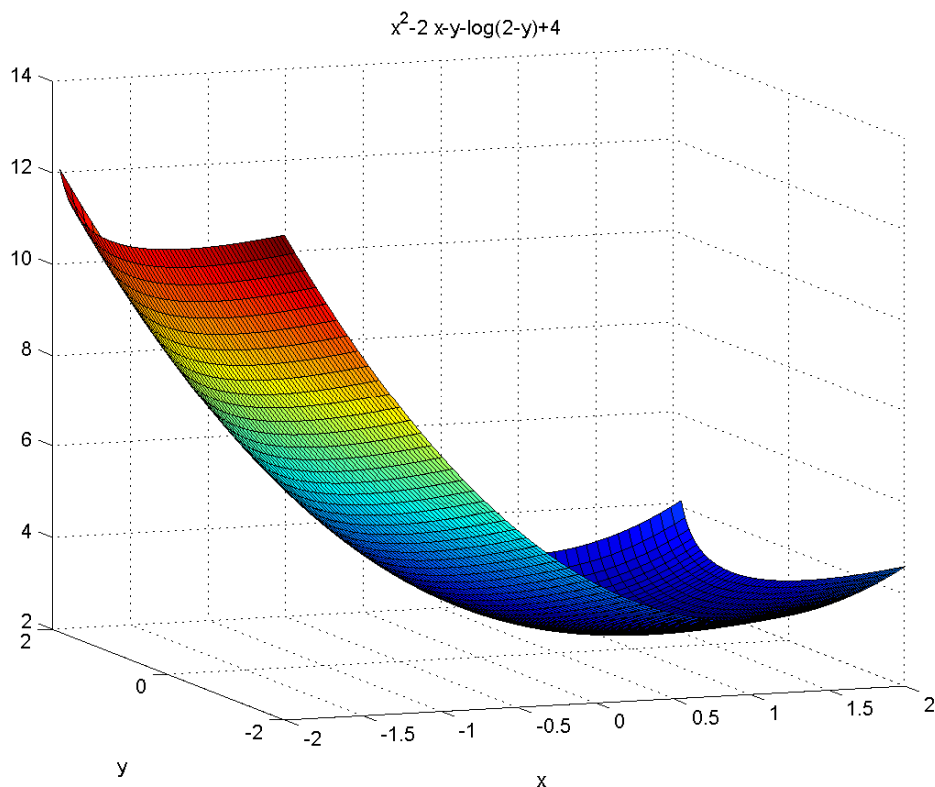
```
ans =
```

```
2
```

```
>>
```

Prema tome funkcija z ima minimum u tački $(1,1)$. $z_{\min}(1,1) = 2$. Nacrtajmo sliku:

```
>> ezsurf(f,[-2,2 -2,2])
```



Zadatak broj 3

Naći ekstreme funkcije $z = \frac{2x+2y-1}{\sqrt{x^2+y^2+1}}$.

Rj.

```
>> syms x y
>> f=(2*x+2*y-1)/sqrt(x^2+y^2+1);
>> pretty(f)
```

$$\frac{2x + 2y - 1}{\sqrt{x^2 + y^2 + 1}}$$

```
>>
```

Nadimo prve parcijalne izvode.

```
>> fx=diff(f,x);  
>> fx=simple(fx);  
>> pretty(fx)
```

$$\frac{2y^2 + 2 - 2xy + x^2}{(x^2 + y^2 + 1)^{3/2}}$$

```
>> fy=diff(f,y);  
>> fy=simple(fy);  
>> pretty(fy)
```

$$\frac{2x^2 + 2 - 2xy + y^2}{(x^2 + y^2 + 1)^{3/2}}$$

```
>>
```

Riješimo sistem jednačina.

```
>> [a,b]=solve(fx,fy);  
>> double([a,b])
```

ans =

```
-2 -2
```

```
>>
```

Odavde moženo vidjeti da funkcija ima stacionarnu tačku M(-2,-2). Nadimo druge parcijalne izvode.

```
>> fxx=diff(fx,x);  
>> fxx=simple(fxx);  
>> pretty(fxx)
```

$$\frac{-6xy^2 - 6x^2 + 4x^2y - 2x^3 - 2y^3 - 2y^2 + y^2 + 1}{(x^2 + y^2 + 1)^{5/2}}$$

```
>> fxy=diff(fx,y);  
>> fxy=simple(fxy);  
>> pretty(fxy)
```

$$\frac{4xy^2 - 2y^3 - 2y^2 - 2x^3 + 4xy^2 - 2x^2 - 3xy^2}{(x^2 + y^2 + 1)^{5/2}}$$

```
>>
```

```
>> fyy=diff(fy,y);
>> fyy=simple(fyy);
>> pretty(fyy)
```

$$\frac{6yx^2 + 6y^2 - 4y^2x + 2y^2 + 2x^3 + 2x^2 - x^2 - 1}{(x^2 + y^2 + 1)^{5/2}}$$

Definišimo D i izračunajmo vrijednost u tački M(1,1).

```
>> D=fxx*fyy-(fxy)^2;
>> subs(D,[x,y],[-2,-2])
```

ans =

0.0123

Kako je $D > 0$ funkcija u tački M ima ekstrem. Pronađimo vrijednost od A.

```
>> subs(fxx,[x,y],[-2,-2])
```

ans =

0.1852

```
>> subs(f,[x,y],[-2,-2])
```

ans =

-3

$A > 0$ pa funkcija z ima minimum u tački (-2,-2). $z_{\min}(-2,-2) = -3$. Nacrtajmo sliku:

```
>> ezsurf(f,[-3,-1 -3,-1])
```

